

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

И. о. заведующего кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.С. Рябенко
26.03.2025 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.16 Математика

- 1. Код и наименование специальности:** 21.05.02 Прикладная геология
- 2. Специализация:** Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых
- 3. Квалификация выпускника:** Горный инженер-геолог
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
- 6. Составители программы:** Логинова Екатерина Александровна, к. физ.-мат. наук, доцент
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-03 от 18.03.2025
- 8. Учебный год:** 2025/ 2026 **Семестры:** 1, 2

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Цель изучения курса «Математика» – использование в профессиональной деятельности выпускника, профессиональной коммуникации и межличностном общении знаний основных понятий математики и методов построения математических моделей при решении профессиональных задач.

Основными задачами учебной дисциплины являются:

- 1) формирование представления о роли и месте математики в современном мире, мировой культуре и истории;
- 2) формирование умений применять математические методы при решении типовых профессиональных задач;
- 3) формирование и развитие навыков математического мышления, принципов математических рассуждений и математических доказательств;
- 4) формирование и развитие навыков построения математических моделей в геологических исследованиях.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части Блока 1.

Приступая к изучению данной дисциплины, студенты должны иметь теоретическую и практическую подготовку по основам математики, которые изучаются в рамках программы общеобразовательной школы.

Учебная дисциплина «Математика» является предшествующей для следующих дисциплин: «Информатика», «Физика», «Математические методы моделирования в геологии».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен применять основные положения фундаментальных естественных наук и научных теорий при проведении научно-исследовательских работ по изучению и воспроизводству минерально-сырьевой базы	ОПК-3.3	Применяет базовые знания естественно-научного цикла при решении стандартных профессиональных задач	Знать: основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии
				Уметь: применять математические методы при решении типовых профессиональных задач, использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения
				Владеть: методами построения математических моделей при решении профессиональных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 7 / 252.

Форма промежуточной аттестации: Зачет – 1 семестр, Экзамен – 2 семестр

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			1 семестр	2 семестр
Контактная работа		126	72	54
в том числе:	лекции	58	36	22
	практические	68	36	32
	лабораторные	-	-	-
	курсовая работа	-	-	-
Самостоятельная работа		90	54	36
Промежуточная аттестация		36	-	36
Итого:		288	126	126

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Линейная алгебра	Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица. Определители. Свойства определителей. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Правило Крамера решения систем линейных уравнений	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30740
1.2	Аналитическая геометрия на плоскости	Введение координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Понятие об уравнении кривой. Уравнение окружности. Вектор. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора. Коллинеарные векторы. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Прямая на плоскости. Виды уравнения прямой. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение прямой в нормальной форме. Полярные координаты. Кривые второго порядка.	
1.3	Введение в анализ	Множества. Операции над множествами. Свойства операций над множествами. Понятие счетного множества. Теория вещественных чисел. Ограниченные множества. Свойства верхних и нижних границ. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Арифметические свойства пределов последовательностей. Предельный переход в равенствах и неравенствах. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности. Бесконечно малая последовательность. Теорема о произведении бесконечно малой и ограниченной последовательностей. Бесконечно большая последовательность. Число e . Функция. Обратная функция. Суперпозиция функций. Предел функции. Теоремы о пределах функции. Сравнение бесконечно малых. Односторонние пределы функций. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва функции. Свойства непрерывных функций.	
1.4	Дифференциальное исчисление	Производная функции. Дифференциал функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Таблица производных. Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная обратной функции. Производная суперпозиции. Логарифмическая производная. Геометрический смысл производной и дифференциала. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Применение производной к исследованию функций. Теорема о монотонности дифференцируемой функции. Признак монотонности функции. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке.	
1.5	Интегральное	Первообразная функции и неопределенный интеграл.	

	исчисление	Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Метод замены переменной в определенном интеграле. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл. Признак сходимости несобственных интегралов.	
1.6	Функции нескольких переменных	Вектор. Векторное пространство. Векторное произведение. Функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Теоремы о пределах. Непрерывность функции нескольких переменных. Теоремы о непрерывных функциях. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Полный дифференциал. Производная по заданному направлению. Градиент функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.	
1.7	Ряды	Числовой ряд. Сходимость числового ряда. Свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости числовых рядов. Обобщенный гармонический ряд. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Степенной ряд. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.	
1.8	Дифференциальные уравнения	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Уравнения первого порядка. Задача Коши, частное и общее решения. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения. Уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка (Отчётность – Реферат).	
2. Практические занятия			
2.1	Линейная алгебра	Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица. Определители. Свойства определителей. Обратная матрица Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Гаусса	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30740
2.2	Аналитическая геометрия на плоскости	Вектор. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора. Коллинеарные векторы. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов (самостоятельное изучение темы; отчетность – Реферат) Прямая на плоскости. Виды уравнения прямой. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение прямой в нормальной форме. Полярные координаты. Кривые второго порядка. Окружность Кривые второго порядка. Эллипс Кривые второго порядка. Гипербола. Парабола Контрольная работа №1 по темам «Матрицы» и «Аналитическая геометрия на плоскости»	
2.3	Введение в анализ	Числовая последовательность. Предел числовой	

		<p>последовательности. Бесконечно малая последовательность. Бесконечно большая последовательность. Число e.</p> <p>Функция. Предел функции</p> <p>Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых.</p> <p>Односторонние пределы функций. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва функции. Свойства непрерывных функций.</p>	
2.4	Дифференциальное исчисление	<p>Производная функции. Дифференциал функции. Таблица производных. Производная суммы, разности, произведения и частного функций.</p> <p>Производная обратной функции. Логарифмическая производная.</p> <p>Правило Лопиталя.</p> <p>Геометрический смысл производной и дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>Контрольная работа №2 по темам «Пределы», «Производные»</p> <p>Применение производной к исследованию функций. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке. (Самостоятельное изучение темы. Сдача полного исследования функции во втором семестре в феврале-марте месяце)</p> <p>Итоговое зачетное занятие.</p>	
2.5	Интегральное исчисление	<p>Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.</p> <p>Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.</p> <p>Метод неопределенных коэффициентов.</p> <p>Интегрирование тригонометрических функций</p> <p>Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.</p> <p>Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Метод замены переменной в определенном интеграле</p> <p>Геометрические приложения определенного интеграла (самостоятельное изучение темы. Сдача реферата).</p> <p>Несобственный интеграл. Признак сходимости несобственных интегралов.</p>	
2.6	Функции нескольких переменных	<p>Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Полный дифференциал.</p> <p>Производная по заданному направлению. Градиент функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.</p>	
2.7	Ряды	<p>Числовой ряд. Сходимость числового ряда. Свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости числовых рядов. Обобщенный гармонический ряд.</p> <p>Знакопеременный ряд. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов.</p> <p>Степенной ряд. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.</p>	

		Контрольная работа № 3 по темам «Интегралы», «Функции нескольких переменных», «Ряды»	
--	--	--	--

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Линейная алгебра	6	8		10	24
2	Аналитическая геометрия на плоскости	8	10		12	30
3	Введение в анализ	10	8		14	32
4	Дифференциальное исчисление	12	10		18	40
5	Интегральное исчисление	8	16		12	36
6	Функции нескольких переменных	8	8		12	28
7	Ряды	6	8		7	21
8	Дифференциальные уравнения	0	0		5	5
	Итого:	58	68		90	216

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Математика» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

4. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность в семестрах, на которую отводится 126 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Математика» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (контрольные работы, выполнение домашних и практических заданий, подготовка рефератов).

Выполняемые обучающимися задания подлежат проверке преподавателем (см. п.20 программы).

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Владимирский, Б.М. Математика. Общий курс : учебник. 4-е изд., стер. / Б. М. Владимирский, А. Б. Горстко, Я. М. Ерусалимский .— СПб : Лань, 2022 .— 960 с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература);— ISBN 978-5-8114-0445-2 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=634 >.
2	Туганбаев, А. А. Основы высшей математики : учебник / А. А. Туганбаев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 496 с. — ISBN 978-5-8114-1189-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210698 . — Режим доступа: для авториз. пользователей..
3	Лисичкин, В. Т. Математика в задачах с решениями : учебное пособие / В. Т. Лисичкин, И. Л. Соловейчик. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-4906-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/126952 . — Режим доступа: для авториз. пользователей..

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Шипачев, В. С. Начала высшей математики [Электронный ресурс] / Шипачев В. С. — 5-е, стереотипное .— Санкт-Петербург : Лань, 2013 .— 384 с. - <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=5713 >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
2	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
4	Электронный курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30740
5	ЭБС «Лань» https://e.lanbook.com

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Безручкина Л.В. Линейная алгебра. Теория, задания и методические указания / Л.В. Безручкина, Н.А. Митягина, П.В. Садчиков. – Воронеж : ВГПУ, 2014. – 44 с.
2	Безручкина Л.В. Элементы векторной алгебры Теория, задания и методические указания / Л.В. Безручкина, Н.А. Митягина, П.В. Садчиков. – Воронеж : ВГПУ, 2014. – 52 с.
3	Баркова Л.Н. Теория, задания и методические указания по разделу «Кривые второго порядка» / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2015. – 36 с.
4	Логинова Е.А. Вычисление пределов, вычисление производных функции одного переменного / Е.А. Логинова. – Воронеж : ВГПУ, 2015. – 36 с.
5	Баркова Л.Н. Теория, задания и методические указания по разделу «Векторы. Прямая на плоскости» / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2016. – 40 с.
6	Баркова Л.Н. Неопределенные интегралы: теория, задания и методические указания / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2017. – 54 с.
7	Баркова Л.Н. Теория, задания и методические указания по разделу «Определенный интеграл, несобственный интеграл» / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2017. – 40 с.
8	Садчиков П.В. Дифференциальные уравнения: учебно-методическое пособие / сост. : П.В. Садчиков .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016 .— 34 с. - <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m16-245.pdf >.
9	Безручкина Л.В. Частные производные функции нескольких переменных: учебно-методическое пособие / Л.В. Безручкина, П.В. Садчиков .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 . - <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-03.pdf >.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30740>).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Internet и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ВГУ.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Линейная алгебра	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, контрольная работа №1
2	Аналитическая геометрия на плоскости	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, Реферат, контрольная работа №1
3	Введение в анализ	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, контрольная работа №2
4	Дифференциальное исчисление	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, контрольная работа №2, самостоятельная работа
5	Интегральное исчисление	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, контрольная работа №3
6	Функции нескольких переменных	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, контрольная работа №3
7	Ряды	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, контрольная работа №3
8	Дифференциальные уравнения	ОПК - 3	ОПК-3.3	Реферат
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачет, экзамен				Перечень вопросов к зачету, экзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: домашние задания, самостоятельная работа, контрольные работы №1-3, реферат

Примерный перечень домашних заданий:

Тема «Линейная алгебра»

$$1. \text{ Решить систему } \begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ 4x - 2y + z = 15 \\ -x - y + 4z = -1 \end{cases}$$

$$2. \text{ Посчитать определитель матрицы } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Найти обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

4. Найти значение матричного многочлена $f(x) = x^2 + 3x - 1$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & -4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

5. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

Тема «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Дано $\vec{a} = \{3; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; 1\}$. Найти $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $2\vec{a}$; $\frac{1}{2}\vec{b}$
2. Вычислить длину вектора \overline{AB} , если даны точки $A(-3; 5)$ и $B(1; -3)$
3. Найти квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$, если известно $\vec{a} = (2; 6)$; $\vec{b} = (8; 4)$
4. Найти скалярное произведение векторов \overline{AB} и \overline{BC} , если $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$
5. Даны три вершины треугольника $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$. Найти угол \widehat{ABC} .
6. Найти полярные координаты точки $M(1; -\sqrt{3})$
7. Найти прямоугольные координаты точки A , полярные координаты которой $A\left(-3; \frac{5\pi}{4}\right)$
8. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $A(-3; 5)$ и $B(6; 0)$
9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; 6)$ параллельно и перпендикулярно прямой $2x - 3y + 6 = 0$
10. Определить угол между прямыми $y = -3x + 7$ и $y = 2x + 1$
11. Показать, что прямые $3x - 5y + 7 = 0$ и $10x + 6y - 3 = 0$ перпендикулярны
12. Показать, что прямые $2x - 3y + 1 = 0$ и $4x - 6y - 5 = 0$ параллельны
13. Дан треугольник ABC с координатами $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$. Найти уравнение стороны AC ; уравнение высоты BH ; уравнение медианы AM ; уравнение прямой, проходящей через вершину C , параллельно стороне AB ; площадь треугольника ABC
14. Написать уравнение окружности с центром в точке $O(2; -3)$ и радиусом, равным 6
15. Показать, что $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ является уравнением окружности. Найти ее центр и радиус
16. Какую линию определяет уравнение $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$
17. Построить эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$
18. Дано уравнение $24x^2 + 49y^2 = 1176$. Найти длины его полуосей, координаты фокусов, эксцентриситет эллипса
19. Дано уравнение $5x^2 - 4y^2 = 20$. Доказать, что это гипербола. Найти ее характеристики. Сделать чертеж
20. Составить каноническое уравнение гиперболы, если а) $2c = 10$, $a = 3$ б) $c = 3$, $e = 1,5$
21. Парабола $y^2 = 2px$ проходит через точку $A(2; 4)$ Определить ее параметр p
22. Дана кривая $y^2 - 2y + 4x + 9 = 0$. Доказать, что данная кривая – парабола

Тема «Введение в анализ»

1. Написать первые четыре члена последовательности $\{x_n\}$, если $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$
2. Зная несколько членов последовательности $\{x_n\}$, написать формулу общего члена $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{3}$, $x_3 = \frac{1}{5}$, $x_4 = \frac{1}{7}, \dots$
3. Написать последовательность $\alpha x_n + \beta y_n$, если $x_n = (\sqrt{2})^n$, $y_n = 1$, $\alpha = \sqrt{}$, $\beta = -5$
4. Вычислить последовательность $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n^3 - 2n - 1}{4n^2 - 2n^3 + \frac{1}{5}n^5 + 5}$

5. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 7x}{7 \sin 3x}$

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{6x} \right)^{3x}$

Тема «Дифференциальное исчисление»

1. Таблица производных

2. Вычислить производную $y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 5x$

3. Вычислить производную $y = x^2 \sin^2 7x + \arctg \ln x$

4. Вычислить производную третьего порядка $y = \sin 3x^2$

5. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя :

а). $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 8}{x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 2x + 15}$; б). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$ в). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2 \operatorname{arctg} x - 5}$

Тема «Интегральное исчисление»

1. Таблица неопределенных интегралов

2. Вычислить $\int \left(x + \sqrt{x} - 3x^2 + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{\sin^2 x} + \operatorname{tg} 5 \right) dx$

3. Вычислить $\int x e^{x^2} dx$

4. Вычислить $\int \cos 5x dx$

5. Вычислить $\int x^2 e^{-x} dx$

6. Вычислить $\int \sin 5x \sin 7x dx$

7. Вычислить $\int \frac{(x^2 - 6x + 8) dx}{x^3 + 8}$

8. Вычислить $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$

9. Вычислить $\int \frac{3 - 2 \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$

10. Вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$

11. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$

12. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 e^{2x} dx$

13. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi} e^x \sin x dx$

14. Исследовать несобственный интеграл на сходимость, если сходится вычислить значение $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$

Тема «Функции двух переменных»

1. Найти $\operatorname{grad} u$ и $|\operatorname{grad} u|$: $u = x^2 + y^2$ в точке $M(1; -1)$

2. Найти дифференциал второго порядка функции $z = y^2 \ln x$

3. $z = e^x \cos y$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

4. Найти частные производные второго порядка $z = x^4 + 5x^3 y + 3xy^4 - x + 2y - 8$

5. Найти экстремум функции $z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$

6. Найти дифференциал второго порядка функции $z = e^x \sin 3y$

7. Найти экстремум следующей функции $z = xy - x^2y - xy^2$

Тема «Ряды»

1. Является ли сходящимся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$? Ответ обосновать

2. Является ли сходящимся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-9}{n-3}$? Ответ обосновать.

3. Является ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$ абсолютно сходящимся? Ответ обоснуйте.

4. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{5n}$

5. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n x^{3n}}{5n+17}$.

6. Исследовать ряд на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{3n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6}$

7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-3)^n$

Примерные темы рефератов

1. Вектор. Основные понятия.
2. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора.
3. Сложение векторов. Умножение вектора на число.
4. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.
5. Скалярное произведение векторов.
6. Геометрические приложения определенного интеграла
8. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
9. Уравнения первого порядка.
10. Задача Коши, частное и общее решения. Уравнения с разделяющимися переменными,
11. Однородные дифференциальные уравнения, линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
11. Уравнения второго порядка.
12. Линейные однородные уравнения второго порядка.

Примерный перечень заданий для самостоятельной работы

Провести исследование функции и построить её график:

1. $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$

2. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$

3. $y = x^3 - 6x^2 - 15x - 8$

4. $y = \frac{e^x}{x}$

5. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$

Контрольные работы

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Решить систему методом Крамера

$$\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ 4x - 2y + z = 15 \\ -x - y + 4z = -1 \end{cases}$$

2. Даны точки $A(2; -3)$, $B(0; 2)$, $C(0; -2)$, $D(-3; -2)$. Найти скалярное произведение векторов \overrightarrow{CD} и \overrightarrow{AD}

3. Треугольник ABC задан координатами вершин: $A(-1; 1)$; $B(-5; 3)$; $C(1; 5)$. Найти: уравнение высоты треугольника BH

4. Уравнения, задающие линии второго порядка, привести к каноническому виду; определить тип линии: а) $256x^2 - 144y^2 - 36864 = 0$. Сделать чертеж

Контрольная работа № 2

Вариант 1

Вычислить пределы без использования правила Лопиталя

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n^3 - 2n - 1}{4n^2 - 2n^3 + \frac{1}{5}n^5 + 5} \quad 2. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right) \quad 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2} \quad 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 7x}{7 \sin 3x} \quad 5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{6x} \right)^{3x}$$

Найти производные функций, используя правила вычисления производных

$$y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 5x \quad 2. \quad y = \frac{\operatorname{ctgx}}{x^4} + x^5 \sin 6x$$

Вычислить предел с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctgx}}$

Контрольная работа № 3

Вариант 1

1. Написать таблицу неопределенных интегралов

2. Вычислить

$$A). \int \left(\frac{1}{x^2 - 25} - \frac{4x}{x \sin x} + \sqrt{x} \right) dx \quad B). \int \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} + \frac{6}{5 \cos^2 5x} \right) dx \quad B). \int \arctg \sqrt{7x-1} dx$$

$$Г). \int \frac{\cos 2x dx}{\sin^3 2x} \quad Д). \int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x} + 1} \quad E). \int \frac{4x^4 + 3}{x^3 + x} dx$$

$$3. dz = ? \quad z = \operatorname{tg}(xy)$$

$$4. \text{Найти экстремум следующей функции } z = x^3 + y^3 - 3xy$$

5. Исследовать ряд на сходимость:

$$A) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2 + 1} \quad B) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{3n} \quad B) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n \quad Г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6} \quad Д) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{8^n} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}$$

$$6. \text{Найти область сходимости ряда } \sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-3)^n$$

Описание технологии проведения и Требования к выполнению заданий

Домашняя работа подлежит выборочной проверке преподавателем на практических занятиях. Работа оценивается по шкале «зачтено/не зачтено». Обучающийся получает оценку «зачтено», если правильно выполнил не менее 50% заданий, в противном случае – получает оценку «не зачтено».

В течение семестра каждый обучающийся готовит реферат по темам, представленным выше. Реферат должен быть оформлен и распечатан. За выполнение реферата обучающийся получает оценку «зачтено», если его работа представляет собой полное исследование по выбранной теме, грамотно структурированное и оформленное. В противном случае, обучающийся получает отметку «не зачтено».

Самостоятельная работа по исследованию функции и построению графика также оценивается по шкале «зачтено/ не зачтено». Обучающемуся необходимо провести полное исследование функции (найти области определения и значений функции, исследовать на четность/нечетность, периодичность, непрерывность, найти точки пересечения с осями координат, определить промежутки знакопостоянства, исследовать на монотонность и выпуклость, найти точки экстремума и перегиба, найти асимптоты) и изобразить эскиз её графика. Работа предоставляется во втором семестре выполненная на отдельном листе (в отдельной тетради). Обучающийся получает оценку «зачтено», если он правильно выполнил не менее 50% работы и «не зачтено» в противном случае.

В ходе первой контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. Контрольная работа 1 включает в себя четыре задания, одно задание посвящено решению системы линейных алгебраических уравнений, одно – действиям с векторами, два – аналитической геометрии на плоскости. Ограничение по времени – 90 минут. Во время контрольной работы не разрешено пользоваться никакими справочными материалами.

В ходе второй контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. Контрольная работа 2 включает в себя три задания, одно задание посвящено вычислению пределов без правила Лопиталя, одно – нахождению производной функции одного переменного, одно – нахождению предела с помощью правила Лопиталя. Ограничение по времени – 90 минут. Во время контрольной работы не разрешено пользоваться никакими справочными материалами.

В ходе третьей контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с перечнем заданий и предлагается решить данные задания. Контрольная работа 3 включает в себя шесть заданий, одно задание посвящено использованию таблицы неопределенных интегралов (теоретическое), одно – вычислению интегралов, одно – вычислению дифференциала функции двух переменных, одно – нахождению экстремума функции двух переменных, два – исследованию рядов на сходимость. Ограничение по времени – 90 минут. Во время контрольной работы не разрешено пользоваться никакими справочными материалами.

Текущая аттестация по дисциплине с применением дистанционных образовательных технологий проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/>)).

Уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», которые формируются следующим образом:

Оценки	Критерии
Отлично	обучающийся правильно выполнил все задания контрольной работы, представлено полное решение каждой из задач, сделаны обоснованные выводы.
Хорошо	Обучающийся правильно выполнил все задания контрольной работы, однако, представленные решения недостаточно обоснованы, либо в ходе решения задач обучающимся допущены несущественные ошибки (не более двух).
Удовлетворительно	Обучающийся правильно выполнил не менее 50% предложенных заданий.
Неудовлетворительно	Обучающийся правильно выполнил менее 50% предложенных заданий.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень вопросов и практических заданий к зачету, перечень вопросов и практических заданий к экзамену.

Перечень вопросов к зачету:

1. Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица
2. Определители. Свойства определителей
3. Системы линейных уравнений
4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
5. Правило Крамера для системы линейных уравнений.
6. Введение координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении
7. Понятие об уравнении кривой. Уравнение окружности
8. Вектор. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора
9. Сложение векторов.
10. Умножение вектора на число
11. Коллинеарные векторы.
12. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.
13. Скалярное произведение векторов
14. Общий вид уравнения прямой на плоскости
15. Расположение прямой относительно системы координат. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение прямой в нормальной форме
16. Полярные координаты
17. Кривые второго порядка
18. Множества. Операции над множествами. Свойства операций над множествами
19. Понятие счетного множества. Теория вещественных чисел
20. Ограниченные множества. Свойства верхних и нижних границ
21. Числовая последовательность. Предел последовательности. Лемма о двух милиционерах
22. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.

23. Теорема о сумме и произведении сходящихся последовательностей
24. Теорема о частном сходящихся последовательностей.
25. Теорема о произведении бесконечно малой и ограниченной последовательностях
26. Бесконечно большая последовательность. Монотонные последовательности. Число e
27. Функция. Обратные функции. Суперпозиция функций. Предел функции. Теоремы о пределах
28. Сравнение бесконечно малых. Односторонние пределы функций
29. Непрерывные функции. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций
30. Производная функции. Дифференциал функции. Теорема о дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью
31. Таблица производных. Логарифмическая производная.
32. Производная обратной функции
33. Дифференцирование арифметических выражений
34. Производная суперпозиции
35. Геометрический смысл производной и дифференциала
36. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя
37. Производные и дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора и Маклорена
38. Применение производной к исследованию функций. Теорема о монотонности дифференцируемой функции
39. Признак монотонности функции
40. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума
41. Первое достаточное условие локального экстремума. Второе достаточное условие экстремума. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке

Перечень вопросов к экзамену:

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
2. Таблица неопределенных интегралов
3. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле
4. Метод замены переменной в неопределенном интеграле
5. Определенный интеграл.
6. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Метод замены переменной в определенном интеграле
8. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле
9. Геометрические приложения определенного интеграла
10. Несобственные интегралы. Признак сходимости несобственных интегралов
11. Вектор. Векторное пространство. Векторное произведение
12. Функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Теоремы о пределах
13. Непрерывность функции нескольких переменных. Теоремы о непрерывных функциях
14. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал
15. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции
16. Производная по заданному направлению. Градиент
17. Частные производные и дифференциалы высших порядков
18. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума
19. Числовой ряд. Сходимость числового ряда. Свойства числовых рядов
20. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Знакоположительные ряды. Теорема о связи сходимости знакоположительного ряда и ограниченности последовательности частичных сумм ряда
21. Первый признак сравнения
22. Второй признак сравнения. Признак Коши. Признак Даламбера. Интегральный признак
23. Обобщенный гармонический ряд
24. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница для знакопеременных рядов
25. Степенной ряд. Теорема Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов
26. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена
27. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Уравнения первого порядка. Задача Коши, частное и общее решения.
28. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения.
29. Уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка.

Перечень практических заданий к зачёту

1. При составлении прогноза погоды была установлена зависимость между среднемесячными температурами x в регионе A и y в регионе B , описываемая системой уравнений

$$\begin{cases} y - x = 8, \\ 2x + y = 44. \end{cases}$$

В таком случае значение среднемесячной температуры в регионе B составит

2. При составлении прогноза погоды была установлена зависимость между среднемесячными температурами x в регионе A и y в регионе B , описываемая системой уравнений
$$\begin{cases} y - x = 8, \\ 2x + y = 44. \end{cases}$$

В таком случае значение среднемесячной температуры в регионе A составит

3. При проведении исследования было установлено, что зависимость между количеством переработанной породы x и количеством добытой руды y описывается системой
$$\begin{cases} 4x - 2y = 22, \\ 6x + y = 45. \end{cases}$$

Месторождение считается выгодным, если отношение $x : y$ не превышает 4. Определите, выгодно ли данное месторождение.

4. При проведении исследования было установлено, что зависимость между количеством переработанной породы x и количеством добытой руды y описывается системой
$$\begin{cases} 4x - 2y = 22, \\ 6x + y = 45. \end{cases}$$

Определить количество переработанной породы.

5. При проведении исследования было установлено, что зависимость между количеством переработанной породы x и количеством добытой руды y описывается системой
$$\begin{cases} 4x - 2y = 22, \\ 6x + y = 45. \end{cases}$$

Определить количество добытой руды.

6. Ветер дует со скоростью 10 м/с с северо-запада под углом 60° к северу. Вычислите длину северной компоненты ветра.

7. Ветер дует со скоростью $2\sqrt{3}$ м/с с северо-запада под углом 60° к северу. Вычислите длину западной компоненты ветра.

8. Ветер дует со скоростью 10 м/с с северо-запада под углом 60° к северу. Вычислите длину западной компоненты ветра.

9. Ветер дует со скоростью 15 м/с с северо-запада под углом 45° к северу. Вычислите длину западной компоненты ветра.

10. Ветер дует со скоростью 8 м/с с северо-запада под углом 45° к северу. Вычислите длину северной компоненты ветра.

11. Известно, что в некоторой местности среднее количество дождливых дней, когда нельзя проводить полевые работы, в мае составляет 5 дней, в июне 3 дня, в июле 10 дней, в августе 12 дней. Оцените возможное количество таких дней за три сезона. В ответе укажите общее количество дождливых дней.

12. При проведении наблюдений для оценки возможности разработок было установлено, что в некоторой области за два месяца первого года было 20 и 15 дождливых дней, 10 и 7 дней со снегом. За два таких же месяца второго года было 15 и 10 дней с дождём, и 8 и 5 дней со снегом. Составить матрицу, характеризующую выпадение каких-либо осадков в первом и втором году. В ответе написать, чему равен определитель этой матрицы.

13. При проведении наблюдений для оценки возможности разработок было установлено, что в некоторой области за два месяца первого года было 1 и 2 дождливых дней, 0 и 3 дней со снегом. За два таких же месяца второго года было 1 и 11 дней с дождём, и 0 и 3 дней со снегом. Составить матрицу, характеризующую выпадение каких-либо осадков в первом и втором году. В ответе написать, чему равен определитель этой матрицы.

14. Определить, будут ли матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ перестановочными.

15. Некоторый процесс описывается формулой $y = \frac{4 - n^2}{3 + n^2}$, где n – некоторые моменты времени. Определить, к чему будет стремиться y , если n будет неограниченно возрастать.

16. Некоторый процесс описывается формулой $y = \frac{5 \cdot 3^n}{3^n - 2}$, где n – некоторые моменты времени. Определить, к чему будет стремиться y , если n будет неограниченно возрастать.

17. Некоторый процесс описывается формулой $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$. Определить, к чему будет стремиться y , если x стремится к 1.

18. Некоторый процесс описывается формулой $y = \frac{\sin 4x}{x}$. Определить, к чему будет стремиться y , если x стремится к 0.

19. Некоторый процесс описывается формулой $y = \sin 3x$. Найти скорость протекания этого процесса в момент времени $x = \frac{2\pi}{3}$.
20. Некоторый процесс описывается формулой $y = 3\cos(7x)$. Найти формулу, описывающую скорость протекания этого процесса.
21. Некоторый процесс описывается законом $y = -3t^2 + 12t + 1$, где t – время. Определить, в какой момент времени на промежутке $t \in [1; 5]$ процесс достигнет своего максимума.
22. Затухающий геоморфологический процесс описывается формулой $h = 3e^{-2t}$. Определить величину ускорения в момент времени $t = 0$.

Перечень практических заданий к экзамену

- Найти общее количество воды, проникшей в грунт за период времени от 25 до 30 (при помощи интегрирования), если скорость инфильтрации изменяется по закону $y = 5 + 3t^{-0,5}$.
- Вычислить интеграл $\int_1^5 \frac{7dx}{x}$.
- Вычислить $\int_1^2 x^2 dx$.
- Вычислить несобственный интеграл $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.
- Вычислить $\int 2xe^{x^2} dx$.
- Вычислить $\int e^{2x-9} dx$.
- Скорость процесса описывается формулой $\frac{\cos x}{\sin^3 x}$. Найдите формулу для описания самого процесса.
- Используя модель роста населения $\frac{dP}{dt} = kP$, где $P = P(t)$ – количество населения в данный момент времени t , $k = 0,02$, определить значение P в момент времени $t = 3$, если при $t = 0$ значение $P = 200$.
- Скорость процесса описывается формулой $y = \frac{\cos x}{\sin^3 x}$. Найти формулу для описания самого этого процесса.
- Скорость движения бура в некоторой породе описывается законом $y = 3t^2 + 7$. Определить, какой путь пройдёт бур за время от 0 до 5.
- Скорость движения бура в некоторой породе описывается законом $y = 2t^2 - 5$. Определить, какой путь пройдёт бур за время от 0 до 3.
- Вычислить $\frac{\partial z(x, y)}{\partial y}$, если $z = x^4 - 4y^4$.
- Вычислить $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$, если $z = x^4 - 4y^4$ в точке $M(1; 4)$.
- Определить, сходится или расходится ряд $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$
- Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.
- Вычислить дифференциал функции двух переменных $z = 3x + 2y$.
- Определить область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$.

Примеры контрольно-измерительных материалов:

1 семестр

Контрольно-измерительный материал № 1

- Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица
- Ветер дует со скоростью 10 м/с с северо-запада под углом 60° к северу. Вычислите северную компоненту ветра.

2 семестр
Контрольно-измерительный материал № 1

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
2. Скорость движения бура в некоторой породе описывается законом $y = 3t^2 + 7$. Определить, какой путь пройдет бур за время от 0 до 5.

Описание технологии проведения.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» проводится в форме зачета (1 семестр), экзамена (2 семестр).

По решению кафедры оценки за экзамен/зачет могут быть выставлены по результатам текущей успеваемости (рекомендуемая оценка за экзамен вычисляется как среднее арифметическое оценок за соответствующие контрольные работы) обучающегося в течение семестра, но не ранее, чем на заключительном занятии. Для этого обучающемуся необходимо написать контрольные работы не менее, чем на оценку «удовлетворительно», посетить не менее 80% занятий, активно работать на занятиях и не иметь «не зачтено» за домашние задания, реферат, самостоятельное задание. При несогласии обучающегося, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию на общих основаниях.

Промежуточная аттестация по дисциплине с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/>)).

Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС образовательной организации.

В ходе проведения аттестации обучающемуся необходимо ответить на вопросы КИМ, состоящего из: одного теоретического и одного практического вопросов и дополнительные вопросы экзаменатора.

Результаты текущей аттестации обучающегося учитываются при проведении промежуточной аттестации следующим образом: обучающиеся, получившие за обе контрольные работы оценки «отлично» и «хорошо», освобождаются от необходимости отвечать на практические вопросы КИМ. Обучающиеся, получившие хотя бы за одну контрольную работу оценку «неудовлетворительно» или не явившиеся на контрольную работу, получают дополнительное практическое задание. Также обучающиеся, имеющие оценку «не зачтено» за домашнее задание, реферат или самостоятельное задание получают дополнительное задание (теоретического или практического характера).

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания зачет

Оценка «зачтено» выставляется если, обучающийся владеет представлениями о роли и месте математики в современном мире, мировой культуре и истории; умеет применять математические методы при решении типовых профессиональных задач; владеет навыками математического мышления, принципами математических рассуждений и математических доказательств, а также построения математических моделей в геологических исследованиях (выполнение указанных критериев подтверждается правильным ответом не менее чем на 50% заданий КИМ). В противном случае обучающемуся выставляется оценка «не зачтено».

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания экзамен.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет представлениями о роли и месте математики в современном мире, мировой культуре и истории; умеет применять математические методы при решении типовых профессиональных задач; владеет навыками математического мышления, принципами математических рассуждений и математических доказательств, а также построения математических моделей в геологических исследованиях. Выполнение указанных критериев подтверждается правильным ответом обучающегося в полном объеме на все вопросы контрольно-измерительного материала	«Отлично»
Обучающийся владеет представлениями о роли и месте математики в современном мире, мировой культуре и истории; умеет применять математические методы при решении типовых профессиональных задач; владеет навыками математического мышления, принципами математических рассуждений и математических доказательств, а также построения математических моделей в геологических исследованиях. Выполнение указанных критериев подтверждается частично правильным ответом обучающегося (не менее чем на 75%) вопросов контрольно-измерительного материала	«Хорошо»
Обучающийся имеет основное представление о роли и месте математики в современном мире, мировой культуре и истории; частично умеет применять математические методы при решении типовых профессиональных задач; владеет начальными навыками математического мышления, принципами математических рассуждений и математических доказательств, а также построения математических моделей в геологических исследованиях. Выполнение указанных критериев подтверждается частично правильным ответом обучающегося (не менее чем на 50%) вопросов контрольно-измерительного материала	«Удовлетворительно»
Обучающийся не владеет основными представлениями о роли и месте математики в современном мире, мировой культуре и истории; не умеет применять математические методы при решении типовых профессиональных задач; не владеет навыками математического мышления, принципами математических рассуждений и математических доказательств, а также построения математических моделей в геологических исследованиях При выполнении более чем 50% заданий КИМ обучающийся допустил грубые ошибки, давал неверные ответы на поставленные вопросы	«Неудовлетворительно»

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

ОПК-3. Способен применять основные положения фундаментальных естественных наук и научных теорий при проведении научно-исследовательских работ по изучению и воспроизводству минерально-сырьевой базы

ОПК-3.3. Применяет базовые знания естественно-научного цикла при решении стандартных профессиональных задач

Знать: основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии

Уметь: применять математические методы при решении типовых профессиональных задач, использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения

Владеть: методами построения математических моделей при решении профессиональных задач

Перечень заданий для оценки сформированности компетенций

1) закрытые задания (тестовые: выбрать правильный (-ые) вариант (-ы) ответа из предложенных):

1. При составлении прогноза погоды была установлена зависимость между среднемесячными температурами x в регионе A и y в регионе B , описываемая системой уравнений $\begin{cases} y - x = 8, \\ 2x + y = 44. \end{cases}$

В таком случае значение среднемесячной температуры в регионе B составит
а) 20 б) 10 в) 35

Решение. Нужно найти значение переменной y .

Перепишем систему в виде: $\begin{cases} -x + y = 8, \\ 2x + y = 44. \end{cases}$ Решим, применяя формулы Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 2 = -3, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & 8 \\ 2 & 44 \end{vmatrix} = -44 - 16 = -60, \quad y = \frac{-60}{-3} = 20.$$

Ответ: а).

2. Ветер дует со скоростью $2\sqrt{3}$ м/с с северо-запада под углом 60° к северу. Длина западной компоненты ветра равна
а) 3 б) 15 в) 0,5

Решение. Обозначим \vec{a} – вектор, соответствующий ветру, тогда длина его западной компоненты равна

$$|\vec{a}| \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$$

Ответ: а).

3. При проведении наблюдений для оценки возможности разработок было установлено, что в некоторой области за два месяца первого года было 20 и 15 дождливых дней, 10 и 7 дней со снегом. За два таких же месяца второго года было 15 и 10 дней с дождём, и 8 и 5 дней со снегом. Составить матрицу, характеризующую выпадение каких-либо осадков в первом и втором году.

Определитель этой матрицы равен

а) -56 б) 10 в) 47

Решение. Составим матрицу, характеризующую количество дождливых дней $A = \begin{pmatrix} 20 & 15 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ и матрицу,

характеризующую количество дней со снегом $B = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$. Тогда матрица, характеризующая выпадение

осадков $C = \begin{pmatrix} 20 & 15 \\ 15 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & 22 \\ 23 & 15 \end{pmatrix}$. Её определитель $30 \cdot 15 - 22 \cdot 23 = -56$.

Ответ: а)

4. Определить, будут ли матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ перестановочными.

а) да б) нет в) нельзя определить по указанным данным.

Решение.

Вычислим произведение $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 20 \end{pmatrix}$. Вычислим теперь

$BA = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -12 \\ 1 & 22 \end{pmatrix}$. Заметим, что $AB \neq BA$, значит, матрицы не перестановочные.

Ответ б)

5. Используя модель роста населения $\frac{dP}{dt} = kP$, где $P = P(t)$ – количество населения в данный момент времени t , $k = 0,02$, определить значение P в момент времени $t = 3$, если при $t = 0$ значение $P = 200$.

а) $200 \cdot e^{0,06}$ б) $3 \cdot e^{0,03}$ в) $200 \cdot e^{-3}$

Решение. Решим обыкновенное дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными $\frac{dP}{dt} = 0,02P$, $\frac{dP}{P} = 0,02dt$, $\ln P = 0,02t + c_1$, $P = ce^{0,02t}$, где $e^{c_1} = c$. Подставим $t = 0$, получим $c = 200$. Тогда $P = 200e^{0,02t}$. Подставим $t = 3$, получим $200 \cdot e^{0,06}$.
 Ответ: а).

6. Скорость процесса описывается формулой $\frac{\cos x}{\sin^3 x}$. Найдите формулу для описания самого процесса.

а) $-\frac{1}{2\sin^2 x} + C$ б) $-\frac{1}{2\cos^2 x} + C$ в) $\frac{\sin^3 x}{3} + C$ г) $\frac{\sin^4 x}{4} + C$

Решение. $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx = \int \sin^{-3} x d(\sin x) = \frac{\sin^{-2} x}{-2} + c = -\frac{1}{2\sin^2 x} + c$

Ответ а)

7. Частная производная $\frac{\partial z(x, y)}{\partial y}$ функции двух переменных $z = 3x^2 y$ равна

а) $6x$ б) $3x^2$ в) $6xy + 3x^2$ г) $-16y^2$

Ответ: б)

8. Значение $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$ функции $z = 3x^2 y$ в точке $M(1; 4)$ равно

а) 3 б) 24 в) 45 г) 8

Решение: $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x} = 6xy$, подставив $M(1; 4)$, получим 24

Ответ: б)

9. Ряд $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$ является: а) сходящимся б) расходящимся

Решение: сравнивая представленный ряд со сходящимся обобщенным гармоническим рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$,

заключаем, что члены представленного ряда меньше, чем ряда с которым происходит сравнение, следовательно, представленный ряд сходится.

Ответ: а)

10. Результатом вычисления $\int_1^2 x^2 dx$ будет

а) число б) функция двух переменных в) уравнение

Ответ: а)

2) открытые задания (практические: необходимо привести решение задачи):

1. При составлении прогноза погоды была установлена зависимость между среднемесячными температурами x в регионе А и y в регионе В, описываемая системой уравнений $\begin{cases} y - x = 8, \\ 2x + y = 44. \end{cases}$

В таком случае значение среднемесячной температуры в регионе А составит

Решение. Нужно найти значение переменной x . Перепишем систему в виде: $\begin{cases} -x + y = 8, \\ 2x + y = 44. \end{cases}$ Решим,

применяя формулы Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 2 = -3, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 44 & 1 \end{vmatrix} = 8 - 44 = -36, \quad x = \frac{-36}{-3} = 12.$$

Ответ: 12

2. При проведении исследования было установлено, что зависимость между количеством переработанной породы x и количеством добытой руды y описывается системой
$$\begin{cases} 4x - 2y = 22, \\ 6x + y = 45. \end{cases}$$

Месторождение считается выгодным, если отношение $x : y$ не превышает 4. Определите, выгодно ли данное месторождение. В ответе укажите, да или нет.

Решение. Решим, применяя формулы Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 16, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 22 & -2 \\ 45 & 1 \end{vmatrix} = 22 + 90 = 112, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 4 & 22 \\ 6 & 45 \end{vmatrix} = 48. x = \frac{112}{16} = 7, y = \frac{48}{16} = 3, \frac{x}{y} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} < 4.$$

Ответ: да.

3. Ветер дует со скоростью 10 м/с с северо-запада под углом 60° к северу. Вычислите длину северной компоненты ветра.

Решение. Обозначим \vec{a} – вектор, соответствующий ветру, тогда его северная координата равна

$$|\vec{a}| \cos 60^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5.$$

Ответ: 5.

4. Известно, что в некоторой местности среднее количество дождливых дней, когда нельзя проводить полевые работы, в мае составляет 5 дней, в июне 3 дня, в июле 10 дней, в августе 12 дней. Оцените возможное количество таких дней за три сезона. В ответе укажите общее количество дождливых дней.

Решение. Составим матрицу-строку $A = (5 \ 3 \ 10 \ 12)$. Тогда за три сезона $3A = (15 \ 9 \ 30 \ 36)$. Всего дней $15+9+30+36=90$

Ответ: 90.

5. При проведении наблюдений для оценки возможности разработок было установлено, что в некоторой области за два месяца первого года было 1 и 2 дождливых дней, 0 и 3 дней со снегом. За два таких же месяца второго года было 1 и 11 дней с дождём, и 0 и 3 дней со снегом. Составить матрицу, характеризующую выпадение каких-либо осадков в первом и втором году. В ответе написать, чему равен определитель этой матрицы.

Решение. Составим матрицу, характеризующую количество дождливых дней $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$ и матрицу,

характеризующую количество дней со снегом $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Тогда матрица, характеризующая выпадение

осадков $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 14 \end{pmatrix}$. Её определитель $1 \cdot 14 - 5 \cdot 1 = 9$.

Ответ: 9.

6. Некоторый процесс описывается формулой $y = \frac{4 - n^2}{3 + n^2}$, где n – некоторые моменты времени.

Определить, к чему будет стремиться y , если n будет неограниченно возрастать.

Решение. Вычислим
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 - n^2}{3 + n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{4}{n^2} - 1}{\frac{3}{n^2} + 1} = -1.$$

Ответ: -1.

7. Некоторый процесс описывается формулой $y = \sin 3x$. Найти скорость протекания этого процесса в момент времени $x = \frac{2\pi}{3}$.

Решение. Скорость процесса, это производная от функции процесса. $y' = 3 \cos 3x$. Подставим $x = \frac{2\pi}{3}$,

$$\text{получим } 3 \cos 3 \cdot \frac{2\pi}{3} = 3.$$

Ответ: 3.

8. Затухающий геоморфологический процесс описывается формулой $h = 3e^{-2t}$. Определить величину ускорения в момент времени $t = 0$.

Решение. Ускорение представляет собой вторую производную от функции процесса.

$h' = 3e^{-2t} \cdot (-2) = -6e^{-2t}$, $h'' = 12e^{-2t}$. Подставим $t = 0$, получим $12e^{-2 \cdot 0} = 12$.

Ответ: 12.

9. Найти общее количество воды, проникшей в грунт за период времени от 25 до 36 (при помощи интегрирования), если скорость инфильтрации изменяется по закону $y = 5 + 3t^{-0,5}$.

Решение. $Q = \int_{25}^{36} (5 + 3t^{-0,5}) dt = (5t + 6t^{0,5}) \Big|_{25}^{36} = 61$.

Ответ: 74.

10. Скорость движения бура в некоторой породе описывается законом $y = 3t^2 + 7$. Определить, какой путь пройдёт бур за время от 0 до 5.

Решение. $S = \int_0^5 (3t^2 + 7) dt = \frac{3t^3}{3} + 7t \Big|_0^5 = 160$.

Ответ: 160

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (тестовые):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (практические):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).